

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»  
Институт математики, физики и информационных технологий  
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института



Н. Я. Королева  
«05» июля 2021 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине Б1.О.18 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль/направленность/специализация: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2021

**Автор программы:**

Кандидат физико-математических наук, доцент Фомичева Юлия Геннадьевна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 9).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «18» мая 2021 г. Протокол № 9

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института математики, физики и информационных технологий, Протокол от «05» июля 2021 г. № 5.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавра.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	23
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	25
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	25

## 1. Цели и задачи дисциплины

### 1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

### 1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский
- проектный

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сферах: 01 Образование и наука (в сфере общего, профессионального и дополнительного профессионального образования; в сфере научных исследований), 06 Связь, информационные и коммуникационные технологии (в сфере проектирования, разработки, внедрения и эксплуатации информационных систем, управления их жизненным циклом), 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок; в сфере разработки автоматизированных систем управления технологическими процессами производства)

### 1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Обработывает экспериментальные данные с использованием математических моделей

### 1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения			
		Очная (семестр)			
		3	5	6	7
1	Математическое и компьютерное моделирование			+	+
2	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)				+

3	Прикладная статистика и основы прогнозирования		+	+	
4	Численные методы	+			

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части учебного плана ОП по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» изучается в 3 семестре.

## 3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 2 з.е.

Очная: 2 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>72</b>
Контактная работа	48
Лекции (Лекции)	16
Практические (Практ. раб.)	32
Самостоятельная работа (СР)	24
Зачет	-

3.2. Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		О	О	О	
3 семестр					
1	Дифференциальны е уравнения первого порядка	6	8	6	Тестирование; Контрольная работа
2	Дифференциальны е уравнения высшего порядка	6	12	8	Тестирование; Контрольная работа
3	Линейные системы дифференциальны х уравнений	4	12	10	Тестирование; Контрольная работа

## Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка (ОПК-3)

### Лекция.

Лекция 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.

Лекция 2. Классы дифференциальных уравнений и их характеристики. Уравнения с разделяющимися переменными. Первый интеграл.

Лекция 3. Однородные уравнения. Редукция однородного уравнения к уравнению с разделяющимися переменными.

Лекция 4. Линейные дифференциальные уравнения. Метод вариации.

Лекция 5. Уравнения Бернулли. Редукция уравнения Бернулли к линейному дифференциальному уравнению.

Лекция 6. Уравнение Риккати.

Лекция 7. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Лекция 8. Замена переменной. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Уравнения Лагранжа и Клеро.

### **Практическое занятие.**

Занятие №1. Уравнения с разделяющимися переменными[2] №51-65.

Занятие №2,3. Однородные уравнения. Редукция однородного уравнения к уравнению с разделяющимися переменными.[2] №101-129.

Занятие № 4-.6Линейные дифференциальные уравнения. Метод вариации. Уравнения Бернулли. Редукция уравнения Бернулли к линейному дифференциальному уравнению. Уравнение Риккати.[2] №136-172.

Занятие №7,8 Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Замена переменной.[2] №186-220.

Занятие №9. Контрольная работа№1.

### **Задания для самостоятельной работы.**

Изучить теоретический материал.

1. Научиться решать уравнения с разделяющимися переменными
2. Научиться решать однородные уравнения первого порядка.
3. Научиться решать линейные уравнения первого порядка.
4. Научиться решать уравнения Бернулли.
5. Признак разрешимости уравнения Риккати. Научиться решать уравнения Риккати.
6. Научиться распознавать и решать уравнения в полных дифференциалах. Научиться находить интегрирующий множитель.
7. Научиться решать уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка (ОПК-3)**

### **Лекция.**

Лекция 9.Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами.

Лекция 10.Структура множества решений. Фундаментальная система решений.

Лекция 11.Линейная зависимость решений от начальных значений. Определитель Вронского.

Лекция 12.Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Принцип суперпозиции.

Лекция 13. Метод вариации произвольных постоянных.

Лекция 14.Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Лекция 15.Линейные неоднородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Структура частного решения.

Лекция 16.Методы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Практическое занятие.**

Занятие №10-13. Уравнения, допускающие понижение порядка.[2] №421-500

Занятие №14,15. Методы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.[2] №511-618.

Занятие №16, 17. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.Фундаментальная система решений. Линейная зависимость решений от начальных значений. Определитель Вронского.

Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Метод вариации произвольных постоянных.

[2] №641-750.

Занятие №18. Контрольная работа №2.

### **Задания для самостоятельной работы.**

Изучить теоретический материал. Научиться применять теоретические сведения при решении задач.

1. Научиться определять основные типы уравнений, допускающих понижение порядка.
2. Изучить основные подстановки и научиться решать уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
3. Изучить линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков.
4. Научиться решать линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.
5. Научиться решать линейные неоднородные дифференциальные уравнения методом вариации произвольных постоянных.

### **Тема 3. Линейные системы дифференциальных уравнений (ОПК-3)**

#### **Лекция.**

Лекция 17. Системы дифференциальных уравнений, методы решений.

Лекция 18. Методы решения линейных систем уравнений с постоянными коэффициентами.

#### **Практическое занятие.**

Лекция 17. Системы дифференциальных уравнений, методы решений.

Лекция 18. Методы решения линейных систем уравнений с постоянными коэффициентами.

#### **Задания для самостоятельной работы.**

1. Изучить основные методы решения линейных систем уравнений с постоянными коэффициентами;
2. Научиться применять теоретические сведения при решении задач;

### **4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства**

#### **4.1. Распределение баллов:**

#### **3 семестр**

- посещаемость – 10 баллов
- текущий контроль – 44 балла
- контрольные срезы – 2 среза по 8 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

#### **Распределение баллов по заданиям:**

№ темы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мак. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	Тестирование	12	Тестирование подразумевает 10 вопросов. За прохождение тестирования выставляются следующие баллы: - 90 % - 15 баллов; - 65 % - 7 баллов; - 50 % - 2 балла; - менее 50 % - балл не начисляется.

		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	8	<p>Лабораторные работы выполняются по текущему разделу или темы дисциплины.</p> <p>8 баллов – лабораторная работа выполнена в полном объеме, студент свободно владеет материалом, демонстрирует глубокие, систематизированные знания, свободно отвечает на вопросы, используя профессиональную терминологию.</p> <p>4 балла – лабораторная работа выполнена, но имеет некоторые неточности выполнения, студент владеет представленным материалом, отвечает на заданные вопросы.</p> <p>2 балл - лабораторная работа в целом выполнена, однако в процессе выполнения лабораторной работы допущены существенны ошибки, студент слабо владеет информацией по теме, при ответе использует заготовленный текст, затрудняется с ответами на задаваемые вопросы.</p>
2.	Дифференциальные уравнения высшего порядка	Тестирование	12	<p>Тестирование подразумевает 10 вопросов. За прохождение тестирования выставляются следующие баллы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 90 % - 15 баллов;</li> <li>- 65 % - 7баллов;</li> <li>- 50 % - 2 балла;</li> <li>- менее 50 % - балл не начисляется.</li> </ul>
		Контрольная работа	8	<p>Лабораторные работы выполняются по текущему разделу или темы дисциплины.</p> <p>8 баллов – лабораторная работа выполнена в полном объеме, студент свободно владеет материалом, демонстрирует глубокие, систематизированные знания, свободно отвечает на вопросы, используя профессиональную терминологию.</p> <p>4 балла – лабораторная работа выполнена, но имеет некоторые неточности выполнения, студент владеет представленным материалом, отвечает на заданные вопросы.</p> <p>2 балл - лабораторная работа в целом выполнена, однако в процессе выполнения лабораторной работы допущены существенны ошибки, студент слабо владеет информацией по теме, при ответе использует заготовленный текст, затрудняется с ответами на задаваемые вопросы.</p>



3.	Линейные системы дифференциальных уравнений	Тестирование	12	Тестирование подразумевает 10 вопросов. За прохождение тестирования выставляются следующие баллы: - 90 % - 15 баллов; - 65 % - 7баллов; - 50 % - 2 балла; - менее 50 % - балл не начисляется.
		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	8	Лабораторные работы выполняются по текущему разделу или темы дисциплины. 8 баллов – лабораторная работа выполнена в полном объеме, студент свободно владеет материалом, демонстрирует глубокие, систематизированные знания, свободно отвечает на вопросы, используя профессиональную терминологию. 4 балла – лабораторная работа выполнена, но имеет некоторые неточности выполнения, студент владеет представленным материалом, отвечает на заданные вопросы. 2 балл - лабораторная работа в целом выполнена, однако в процессе выполнения лабораторной работы допущены существенны ошибки, студент слабо владеет информацией по теме, при ответе использует заготовленный текст, затрудняется с ответами на задаваемые вопросы.
4.	Посещаемость		10	10 баллов – студент посетил все 100% занятий 7-9 баллов – студент посетил не менее 80% занятий 4-6 баллов – студент посетил не менее 50% занятий 1-3 балла – студент посетил не менее 25% занятий Если студент посетил менее 25% занятий, баллы не начисляются
5.	Премияльные баллы		20	Дополнительные премиальные баллы могут быть начислены: - за проект, выполненный по заказу работодателя и реализованный на практике – 20 баллов; - постоянная активность во время практических занятий – 10 баллов; - полностью подготовленная к публикации статья по тематике в рамках дисциплины – 10 баллов; - участие с докладом во всероссийской олимпиаде по тематике изучаемой дисциплины – 20 баллов; - участие в выставке по тематике изучаемой дисциплины – 20 баллов; - публикация статьи по тематике изучаемой дисциплины в сборнике студенческих работ / материалах всероссийской конференции / журнале из перечня ВАК – 10 / 15 / 20
6.	Ответ на экзамене		30	10-17 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «удовлетворительно» 18-24 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «хорошо», 25-30 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «отлично».

7.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы	20	Решение кейса (10 баллов) Прохождение тестирования (30 вопросов) по всему курсу дисциплины (10 баллов)
8.	Итого за семестр	100	

Итоговая оценка по зачету выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
50 - 100 баллов	Зачтено
0 - 49 баллов	Не зачтено

## 4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

### Контрольная работа

#### Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

- С помощью изоклин изобразить схематически решение уравнения  $2(y + y') = x + 2$ .
- Решить уравнения, при необходимости свести их к уравнениям с разделяющимися переменными
  - $(x^3 + 2x)y^2 dy = x dx$ ;
  - $dy = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} dx$ ;
  - $\frac{y'}{y} = x \cos^2 y$ ;
  - $y' x^2 e^y = e^{-y}$ ,  $y(1) = 0$ ;
  - $2(x+y)dy + (3x+3y-1)dx = 0$ ,  $y(0) = 2$ .
- Решить однородные уравнения
  - $x^2 y' - y^2 = 2x^2$ ;
  - $xy' = y(\ln y - \ln x)$ ;
  - $xy dy - y^2 dx = (x+y)^2 e^{-y/x} dx$ ;
  - $y' = \frac{x+2y-3}{4x-y-3}$ ;
  - $(y^2 - 3x^2)dy + 2xy dx = 0$ ,  $y(0) = 1$ .

4. Решить уравнения, при необходимости сведя их к линейным

1.  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ;
2.  $2ydx + (y^2 - 6x)dy = 0$ ;
3.  $xy' = y + x^2 \cos x$ ;
4.  $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$ ,  $y(2) = 1,5$ ;
5.  $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .

5. Решить уравнение Бернулли

1.  $y' = x^3 y^3 - xy$ ;
2.  $xy + 2y = x^5 y$ ;
3.  $2(xy' + y) = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 2$ .

6. Решить уравнение в полных дифференциалах

1.  $(y + \frac{2}{x^2})dx + (x + \frac{3}{y^2})dy = 0$ ;
2.  $\frac{3x^2 + y}{y^2} dx = \frac{2x^3 + xy + 2y^3}{y^3} dy$ .
7. Найти интегрирующий множитель и общее решение уравнения  $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0$ .

8. Определить тип уравнения и указать способ его решения:

1.  $xy' - xe^{x/y} = 2$ ;
2.  $xydx + (x+1)dy = 0$ ;
3.  $xy' + 3xy^3 = 2y$ ;
4.  $dy + (3y - e^{3x})dx = 0$ ;
5.  $(x^3 + y^2)dx + 2xydy = 0$ .
9. Найти общее и особое (если оно существует) решения уравнений
  1.  $(xy^2 + x)dx + (y^3 - x^3 y^3)dy = 0$ ;
  2.  $xy' + y = y^2$ ;
  3.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ ;
  4.  $y' = \frac{y}{x}(1 + \ln y - \ln x)$ ;
  5.  $xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + y^2)dy = 0$ .

10. Решить задачу Коши

1.  $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}$ ,  $y(0) = \frac{2}{3}$ ;
2.  $3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}$ ,  $y(0) = 1$ ;
3.  $ydx = (3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - x)dy$ ,  $y(16) = \pi$ .

## 11. Решить уравнения

1.  $y = x + y' - \ln y'$ ;

2.  $x[(y')^2 - 1] = 2y'$ ;

3.  $y = xy' - (y')^2$ .

## Тема 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка

## 1. Решить уравнения, понизив их порядок

1.  $y'' + 2xy' = 0$ ;

2.  $(y-1)y'' = 2(y')^2$ ;

3.  $y''' + 3y'y'' = 0$ ;

4.  $yy'' = 2x(y')^2$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 0,5$ .

## 1. Найти общее решение уравнения

1.  $y'' - 2y' + 4y = 0$ ;

2.  $y'' + 6y' + 9y = 0$ ;

3.  $y'' + 4y = 0$ .

## 2. Решить задачу Коши

1.  $3y'' - 2y' - 8y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 2$ ;

2.  $y'' + y = 0$ ,  $y(\frac{\pi}{4}) = 2$ ,  $y'(\frac{\pi}{4}) = 1$ .

## 3. Найти общее решение уравнения

$$2y'' + y' - y = f(x),$$

если

1.  $f(x) = 3x^2 - 1$ ;

2.  $f(x) = 3e^{-x}$ ;

3.  $f(x) = 2\sin x$ ;

4.  $f(x) = e^x \cos 2x$ .

## 4. Найти решение задачи Коши

$$y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4}x, \quad y(\frac{\pi}{4}) = 2, \quad y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2},$$

методами Лагранжа и Коши.

## 5. Найти общее решение

1.  $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$ ;

2.  $y^{(4)} - y''' = 5(x+2)^3$ ;

3.  $(4x+3)^2 y'' + (4x+3)y' - 16y = 0$ ;

4.  $x^2 y'' - 3xy' + 3y = -\ln x$ .

1. Решить уравнения, понизив их порядок

1.  $y''' + 2xy' = 0$ ;

2.  $(y-1)y'' = 2(y')^2$ ;

3.  $y''' + 3y'y'' = 0$ ;

4.  $yy'' = 2x(y')^2$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 0,5$ .

1. Найти общее решение уравнения

1.  $y'' - 2y' + 4y = 0$ ;

2.  $y'' + 6y' + 9y = 0$ ;

3.  $y'' + 4y = 0$ .

2. Решить задачу Коши

1.  $3y'' - 2y' - 8y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 2$ ;

2.  $y'' + y = 0$ ,  $y(\frac{\pi}{4}) = 2$ ,  $y'(\frac{\pi}{4}) = 1$ .

3. Найти общее решение уравнения

$$2y'' + y' - y = f(x),$$

если

1.  $f(x) = 3x^2 - 1$ ;

2.  $f(x) = 3e^{-x}$ ;

3.  $f(x) = 2 \sin x$ ;

4.  $f(x) = e^x \cos 2x$ .

4. Найти решение задачи Коши

$$y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4}x, \quad y(\frac{\pi}{4}) = 2, \quad y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2},$$

методами Лагранжа и Коши.

5. Найти общее решение

1.  $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$ ;

2.  $y^{(4)} - y''' = 5(x+2)^3$ ;

3.  $(4x+3)^2 y'' + (4x+3)y' - 16y = 0$ ;

4.  $x^2 y'' - 3xy' + 3y = -\ln x$ .

### Тема 3. Линейные системы дифференциальных уравнений

1. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1. \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases}$$

2. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -6x + y + \frac{1}{1+e^{3y}}. \end{cases}$$

3. Решить разными методами (или методом исключений, или методом Эйлера, или матричным методом) две системы дифференциальных уравнений  $x' = Ax$ , где

$$1) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -2, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 2.$$

Для каждой системы найти фундаментальные системы решений.

4. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x'' - y'' + y' + x - 3y = 0 \\ 4y'' - 2x'' - x' - 2x + 5y = 0. \end{cases}$$

5. По заданной фундаментальной матрице  $\Phi(x)$  найти  $A(x)$  линейной системы  $y'(x) = A(x)y(x)$

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ x^2 & 2x \end{pmatrix}, \quad x > 0.$$

6. Выбрать метод и решить неоднородную систему обыкновенных дифференциальных уравнений  $\frac{dy}{dx} = AY + F(x)$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}, F(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1+x \\ 0 \end{pmatrix}.$$

## Тестирование

### Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

1. Общее решение дифференциального уравнения  $\frac{dy}{y^2} = \frac{dx}{1+x^2}$  имеет вид

а) (?)  $\frac{1}{y} = -\ln(1+x^2) + C$  б) (!)  $-\frac{1}{y} = \operatorname{arctg} x + C$

в) (?)  $\frac{1}{y} = \ln(1+x^2) + C$  г) (?)  $-\frac{1}{y} = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + C$

2. Дано дифференциальное уравнение  $xy' - 3y = 0$ . Тогда его решением является функция

а) (?)  $y = 3x^2$  б) (?)  $y = -x^3$  в) (!)  $y = x^3$  г) (?)  $y = 3$

3. Дано дифференциальное уравнение  $y' = -\operatorname{tg} x$ . Тогда его решением является функция

а) (?)  $y = \cos x$  б) (!)  $y = \ln \cos x$  в) (?)  $y = -\ln \cos x$  г) (?)  $y = \sin x$

4. Частное решение дифференциального уравнения  $(x^2 - 1) \cdot y' = 2xy$  при  $y(2) = 6$  имеет вид

а) (?)  $y = \ln|x^2 - 1| - \ln 3 + 6$  б) (?)  $y = x^2 + 2$  в) (!)  $y = 2(x^2 - 1)$  г) (?)  $y = \frac{x^2 + 8}{2}$

5. Если  $y(x)$  – решение уравнения  $y' = \frac{y-1}{x}$ , удовлетворяющее условию  $y(2)=3$ , тогда

$y(1)$  равно....

(!) 2

6. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются

а) (?)  $\frac{dy}{dx} + y + 7 = 0$  б) (!)  $x \frac{dy}{dx} + y = xy^2$  в) (!)  $3 \frac{dy}{dx} - 2y = x^3 y^{-2}$  г) (?)  $y \frac{dy}{dx} + x^3 = 0$

7. Из данных дифференциальных уравнений однородными дифференциальным уравнениями первого порядка являются

а) (?)  $y - x \frac{dy}{dx} = 1 + x^2 \frac{dy}{dx}$  б) (!)  $x \frac{dy}{dx} = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y$

в) (!)  $y = x \frac{dy}{dx} - xe^{\frac{y}{x}}$  г) (?)  $x \frac{dy}{dx} - xe^{y/x} + 2 = 0$

8. Из данных дифференциальных уравнений линейными уравнениями первого порядка являются

а) (?)  $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = -y^2$  б) (!)  $x \frac{dy}{dx} + y = 4x^3$  в) (!)  $\frac{dy}{dx} + 2y = 3e^x$  г) (?)  $\frac{dy}{dx} = \cos(y-x)$

9. Уравнение  $y' + xy = x^2$  является...

а) (?) однородным дифференциальным уравнением

б) (?) уравнением с разделяющимися переменными

в) (?) уравнением Бернулли

г) (!) линейным неоднородным дифференциальным уравнением 1 порядка

10. Уравнение  $y' - 3xy = (x+1)y^2$  является

а) (!) дифференциальным уравнением первого порядка разделяющимися переменными

б) (?) линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами

в) (?) дифференциальным уравнением Бернулли

г) (?) линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами

11. Если  $y(x)$  – решение уравнения  $y' = -\frac{y}{\operatorname{ctg} x}$ , удовлетворяющее условию  $y(\frac{\pi}{3}) = -1$ ,

тогда  $y(\frac{2\pi}{3})$  равно?

а) (!) 1      б) (?) 2      в) (?) -1      г) (?) -2

12. Если  $y(x)$  – решение уравнения  $y' = \frac{y+1}{x+1}$ , удовлетворяющее условию  $y(0) = 1$ ,

тогда  $y(1)$  равно?

а) (!) 3      б) (?) 0      в) (?) 1      г) (?) -1

## Тема 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка

1. Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями второго порядка являются:

а) (!)  $y \frac{d^2 y}{dx^2} + 9y \frac{dy}{dx} + xy = 0$       б) (?)  $y^2 \frac{dy}{dx} + x \frac{dy}{dx} + x^2 y = 0$

в) (!)  $xy'' + y' - 2xy^2 = 8x$       г) (?)  $x^2 \frac{dy}{dx} - 5y \frac{dy}{dx} - 3x^2 y = 4y^2$

2. Порядок дифференциального уравнения  $3y''' - y' = x^5$  равен

а) (?) 5      б) (?) 1      в) (?) 2      г) (!) 3

3. Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = 3x - 2$  имеет вид

а) (?)  $y = x^4 - x^3 + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$       б) (?)  $y = \frac{1}{24} x^4 - \frac{1}{6} x^3 + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$

в) (?)  $y = \frac{1}{8} x^4 - \frac{1}{3} x^3 + C$       г) (!)  $y = \frac{1}{8} x^4 - \frac{1}{3} x^3 + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3$

4. Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = 12x + 8$  имеет вид



а) (!)  $y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$  б) (?)  $y = x^4 + x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$

в) (?)  $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$  г) (?)  $y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + C_3$

5. Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = \sin 2x$  имеет вид

а) (?)  $y = \cos 2x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$  б) (?)  $y = -\frac{1}{8}\cos 2x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$

в) (?)  $y = \frac{1}{8}\cos 2x + C_1$  г) (!)  $y = \frac{1}{8}\cos 2x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$

6. Общее решение дифференциального уравнения  $y''' = \sin 4x$  имеет вид

а) (?)  $y = \cos 4x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$  б) (?)  $y = \frac{1}{64}\cos 4x + C$

в) (?)  $y = -\frac{1}{64}\cos 4x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$  г) (!)  $y = \frac{1}{64}\cos 4x + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$

7. Порядок дифференциального уравнения  $(x+1)y'' - (x+2)y' + x + 2 = 0$  равен

а) (?) 1 б) (!) 2 в) (?) 3 г) (?) 4

8. Порядок дифференциального уравнения  $x(y')^2 y'' = (y')^2 + \frac{1}{3}x^4$  равен

а) (?) 4 б) (?) 3 в) (!) 2 г) (?) 1

9. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 64y = 0$ .

а) (!)  $\{\sin 8x; \cos 8x\}$  б) (?)  $\{e^{8x}; 1\}$  в) (?)  $\{e^{8x}; e^{-8x}\}$  г) (?)  $\{e^{-8x}; 1\}$

10. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 81y = 0$ .

а) (!)  $\{\sin 9x; \cos 9x\}$  б) (?)  $\{e^{9x}; 1\}$  в) (?)  $\{e^{9x}; e^{-9x}\}$  г) (?)  $\{e^{-9x}; 1\}$

11. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 100y = 0$ .

а) (!)  $\{\sin 10x; \cos 10x\}$  б) (?)  $\{e^{10x}; 1\}$  в) (?)  $\{e^{10x}; e^{-10x}\}$  г) (?)  $\{e^{-10x}; 1\}$

12. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 6y' + 13y = 0$ .

а) (!)  $\{e^{-3x} \cos 2x; e^{-3x} \sin 2x\}$  б) (?)  $\{\sin 2x; \cos 2x\}$

в) (?)  $\{e^{-3x}; e^{2x}\}$  г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных

13. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 12y' + 52y = 0$ .

а) (!)  $\{e^{-6x} \cos 4x; e^{-6x} \sin 4x\}$  б) (?)  $\{\sin 4x; \cos 4x\}$

в) (?)  $\{e^{-6x}; e^{4x}\}$  г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных.

14. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 18y' + 117y = 0$ .

а) (!)  $\{e^{-9x} \cos 6x; e^{-9x} \sin 6x\}$  б) (?)  $\{\sin 6x; \cos 6x\}$

- в) (?)  $\{e^{-3x}; e^{6x}\}$  г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных
15. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 24y' + 208y = 0$ .  
 а) (!)  $\{e^{-12x} \cos 8x; e^{-12x} \sin 8x\}$  б) (?)  $\{\sin 8x; \cos 8x\}$   
 в) (?)  $\{e^{-12x}; e^{8x}\}$  г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных
16. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 30y' + 325y = 0$ .  
 а) (!)  $\{e^{-15x} \cos 10x; e^{-15x} \sin 10x\}$  б) (?)  $\{\sin 10x; \cos 10x\}$   
 в) (?)  $\{e^{-15x}; e^{10x}\}$  г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных
17. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 36y' + 468y = 0$ .  
 а) (!)  $\{e^{-18x} \cos 12x; e^{-18x} \sin 12x\}$  б) (?)  $\{\sin 12x; \cos 12x\}$   
 в) (?)  $\{e^{-18x}; e^{12x}\}$  г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных
18. Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' + 42y' + 637y = 0$ .  
 а) (!)  $\{e^{-21x} \cos 4x; e^{-21x} \sin 4x\}$  б) (?)  $\{\sin 4x; \cos 4x\}$   
 в) (?)  $\{e^{-21x}; e^{4x}\}$  г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных

### Тема 3. Линейные системы дифференциальных уравнений

1. Решением системы  $\begin{cases} x' = x + 16y \\ y' = x + y \end{cases}$ , является:  
 а) (!)  $\begin{cases} x = -4e^{-3y} \\ y = e^{-3y} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{-3y} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = -4e^{-3y} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = e^{5y} \\ y = e^{-3y} \end{cases}$
2. Решением системы  $\begin{cases} x' = x + 16y \\ y' = x + y \end{cases}$ , является:  
 а) (!)  $\begin{cases} x = 4e^{5y} \\ y = e^{5y} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{5y} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = 4e^{5y} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = e^{-3y} \\ y = e^{5y} \end{cases}$
3. Решением системы  $\begin{cases} x' = x + 25y \\ y' = x + y \end{cases}$ , является:  
 а) (!)  $\begin{cases} x = -5e^{-4y} \\ y = e^{-4y} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{-4y} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = -5e^{-4y} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = e^{6y} \\ y = e^{-4y} \end{cases}$
4. Решением системы  $\begin{cases} x' = x + 25y \\ y' = x + y \end{cases}$ , является:  
 а) (!)  $\begin{cases} x = 5e^{6y} \\ y = e^{6y} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{6y} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = 6e^{6y} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = e^{-4y} \\ y = e^{6y} \end{cases}$

5. Решением системы  $\begin{cases} x = x + 36y \\ y = x + y \end{cases}$ , является:

а) (!)  $\begin{cases} x = -6e^{-5t} \\ y = e^{-5t} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{-5t} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = -6e^{-5t} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = e^{7t} \\ y = e^{-5t} \end{cases}$

6. Решением системы  $\begin{cases} x = x + 36y \\ y = x + y \end{cases}$ , является:

а) (!)  $\begin{cases} x = 6e^{7t} \\ y = e^{7t} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{7t} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = 6e^{7t} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = e^{-5t} \\ y = e^{7t} \end{cases}$

7. Решением системы  $\begin{cases} x = x + 2y \\ y = 2x + y \end{cases}$ , является:

а) (!)  $\begin{cases} x = -e^{-t} \\ y = e^{-t} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{-t} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = e^{3t} \end{cases}$

8. Решением системы  $\begin{cases} x = x - 2y \\ y = -2x + y \end{cases}$ , является:

а) (!)  $\begin{cases} x = -e^{3t} \\ y = e^{3t} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{3t} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = e^{3t} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = -2 \\ y = e^{-t} \end{cases}$

9. Решением системы  $\begin{cases} x = x + 3y \\ y = 3x + y \end{cases}$ , является:

а) (!)  $\begin{cases} x = -e^{-2t} \\ y = e^{-2t} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{-2t} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = e^{-2t} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = 3 \\ y = e^{4t} \end{cases}$

10. Решением системы  $\begin{cases} x = x - 3y \\ y = -3x + y \end{cases}$ , является:

а) (!)  $\begin{cases} x = -e^{4t} \\ y = e^{4t} \end{cases}$  б) (?)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^{4t} \end{cases}$  в) (?)  $\begin{cases} x = e^{4t} \\ y = 0 \end{cases}$  г) (?)  $\begin{cases} x = -3 \\ y = e^{-2t} \end{cases}$

11. Из следующих систем дифференциальных уравнений:

а)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \dot{x} = tx + y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}$  в)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y + t \\ \dot{y} = x - 2y - t^2 \end{cases}$  г)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y^2 \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}$  д)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y^2 + t \\ \dot{y} = x^2 - 2y \end{cases}$

линейными являются:

1) (?) все пять.

2) (?) только а, г.

3) (?) только а, б.

4) (!) только а, б, в.

5) (?) только а, б, г.

12. Система уравнений  $\dot{\bar{x}} = \bar{f}(t, \bar{x}) = \begin{pmatrix} f^1(t, \bar{x}) \\ \vdots \\ f^n(t, \bar{x}) \end{pmatrix}$  имеет единственное решение,

удовлетворяющее условию  $\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0$ , если:

- а)  $f^i(t, \bar{x})$ ,  $i = 1, \dots, n$ , непрерывны вместе с частными производными по  $t, x^1, \dots, x^n$  в некоторой открытой области  $D$ , содержащей точку  $(t_0, \bar{x}_0)$ ;  
 б)  $f^i(t, \bar{x})$ ,  $i = 1, \dots, n$ , непрерывны вместе с частными производными по  $x^1, \dots, x^n$  до второго порядка включительно в некоторой окрестности точки  $(t_0, \bar{x}_0)$ .  
 в)  $f^i(t, \bar{x})$  непрерывны во всём  $(n+1)$ -мерном пространстве.

Верны предложения:

- 1) (?) все три.
- 2) (?) только а.
- 3) (?) только б.
- 4) (!) только а, б.
- 5) (?) все три неверны.

13. Пусть  $\begin{cases} \dot{x} = c_1 t \\ y = c_1 - c_2 t - t \end{cases}$  есть общее решение системы  $\begin{cases} \dot{x} = f_1(t, x, y) \\ y = f_2(t, x, y) \end{cases}$  (1)

Тогда:

- а)  $\frac{x}{t}$  и  $x + y + t$  есть интеграл системы (1).  
 б) Любой интеграл  $\psi(t, x, y)$  системы (1) можно представить в виде  $\psi(t, x, y) = \phi\left(\frac{x}{t}, x + y + t\right)$  при некоторой функции  $\phi(\alpha_1, \alpha_2)$ .  
 в)  $x + y + t + 1$  есть интеграл системы (1).  
 г)  $\frac{x - t}{t}$  есть интеграл системы (1).

Верны предложения:

- 1) (!) все четыре.
- 2) (?) только а, б, в.
- 3) (?) только а, в, г.
- 4) (?) только а, в.
- 5) (?) только а.
- 6) (?) не верны все четыре предложения.

14. Дана система уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}^1 \equiv f^1(t, x^1, \dots, x^n) \\ \dots\dots\dots (1) \end{cases} \quad \text{и начальные условия} \quad \begin{cases} x^1(t_0) = x_0^1 \\ \dots\dots\dots (2) \\ x^n(t_0) = x_0^n \end{cases}$$

а) Для существования и единственности решения задачи (1)-(2) необходимо и достаточно, чтобы в некоторой открытой области  $D$ , содержащей точку  $(t_0, x_0^1, \dots, x_0^n)$ , функции

$f^k(t, x^1, \dots, x^n)$  и  $\frac{\partial f^k}{\partial x^i}$ ,  $i, k = 1, \dots, n$ , были непрерывны.

- б) Если в некоторой окрестности точки  $(t_0, x_0^1, \dots, x_0^n)$  функции  $f^k(t, x^1, \dots, x^n)$  и  $\frac{\partial f^k}{\partial x^i}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , непрерывны, то решения задачи (1)-(2) существует и единственно.
- в) Из существования и единственности решения задачи (1)-(2) следует непрерывность функций  $f^k(t, x^1, \dots, x^n)$  и  $\frac{\partial f^k}{\partial x^i}$ ,  $i, k = 1, \dots, n$  в некоторой окрестности точки  $(t_0, x_0^1, \dots, x_0^n)$ .

Верны предложения:

- 1) (?) все три.
- 2) (?) только а, б.
- 3) (?) только а, в.
- 4) (?) только а.
- 5) (!) только б.
- 6) (?) только в.

15.  $\lambda = 2$  есть трёхкратное собственное значение матрицы коэффициентов линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Соответствующие ему решения системы, следует искать в виде:

$$\begin{array}{ll}
 1) (?) \begin{cases} x_1 = (a_1 t + b_1) e^{2t} \\ \dots \dots \dots \\ x_n = (a_n t + b_n) e^{2t} \end{cases} & 2) (!) \begin{cases} x_1 = (a_1 t^2 + b_1 t + c_1) e^{2t} \\ \dots \dots \dots \\ x_n = (a_n t^2 + b_n t + c_n) e^{2t} \end{cases} \\
 3) (?) \begin{cases} x_1 = (a_1 t^3 + b_1 t^2 + c_1 t + d_1) e^{2t} \\ \dots \dots \dots \\ x_n = (a_n t^3 + b_n t^2 + c_n t + d_n) e^{2t} \end{cases} & 4) (?) \begin{cases} x_1 = a_1 t^3 e^{2t} \\ \dots \dots \dots \\ x_n = a_n t e^{2t} \end{cases} & 5) (?) \begin{cases} x_1 = t^2 a_1 e^{2t} \\ \dots \dots \dots \\ x_n = t^2 a_n e^{2t} \end{cases}
 \end{array}$$

( $a_k, b_k, c_k, d_k$  - неопределенные коэффициенты,  $k = 1, \dots, n$ .)

#### 4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета

##### Типовые вопросы зачета (ОПК-3)

1. Основные понятия и определения (дифференциальное уравнение, решение ОДУ, нормальная система ОДУ и её решение). Примеры задач, приводящих к ОДУ. Геометрическая интерпретация решения ОДУ. Фазовое пространство, интегральная кривая, поле направлений.
2. Задача Коши: определение. Теорема Коши существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка, доказательство.
3. Оценка разности решений двух уравнений. Непрерывная зависимость решения от начальных условий, правой части и параметра.
4. Определение общего решения, общего интеграла, общего интеграла ОДУ первого порядка в области D. Пример.
5. Изоклины, метод изоклин решения ОДУ.
6. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и квазиоднородные уравнения. Пример однородного уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Примеры.
7. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли. Метод Лагранжа. Примеры. Уравнения Бернулли и Риккати.
8. Особые точки, особые решения ОДУ первого порядка. Примеры.
9. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Теорема Коши: формулировка.
10. Задача и теорема Коши для нормальной системы ОДУ. Частное и общее решение системы ОДУ.

11. Оценка разности двух решений нормальной системы ОДУ. Непрерывная зависимость решения от начальных данных и параметра.
12. ОДУ  $n$ -го порядка. Задача Коши, теорема Коши. Общее и частное решение уравнения.
13. Случаи понижения порядка для уравнения  $n$ -го порядка. Примеры.
14. Линейные ДУ (на примере дифференциального уравнения 2-го порядка). Характерные свойства линейного уравнения с постоянными коэффициентами для однородного и неоднородного уравнений (вид решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения).
15. Общие свойства линейного уравнения  $n$ -го порядка.
- 22
16. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков, однородные и неоднородные. Сведение к линейной системе. Определение линейно зависимой системы функций. Вронскиан и фундаментальная система решений.
17. Теорема о структуре общего решения линейного однородного ОДУ  $n$ -го порядка.
18. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ОДУ  $n$ -го порядка.
19. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай различных корней. Пример.
20. Формула сдвига. Случай кратных корней характеристического уравнения.
21. Структура частного решения уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Примеры.
22. Метод Лагранжа решения неоднородного ОДУ.
23. Общие свойства линейного уравнения  $n$ -го порядка (нормальной системы линейных ОДУ).
24. Определение линейно независимости системы вектор-функций. Определитель Вронского.
25. Фундаментальная система решений нормальной системы линейных ОДУ. Формула Остроградского-Лиувилля.
26. Теорема о структуре общего решения однородной системы с переменными коэффициентами. Теорема о структуре решения неоднородной системы с переменными коэффициентами.
27. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение системы. Нахождение фундаментальной системы решений в случае различных корней характеристического уравнения. Общий случай простых корней. Фундаментальная система решений в случае кратных корней.
28. Метод Лагранжа решения неоднородной системы ОДУ.

### Типовые задания для зачета (ОПК-3)

Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $0 = 81'y'' - 18y' + y = 0$ .

- а)  $\{e^{3x}, e^{-3x}\}$
- б)  $\{e^{3x}, e^{-3x}\}$
- в)  $\{e^{3x}, e^{-3x}\}$
- г)  $\{e^{3x}, e^{-3x}\}$

Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $0 = 100'y'' - 10y' + y = 0$ .

- а)  $\{e^{10x}, e^{-10x}\}$
- б)  $\{e^{10x}, e^{-10x}\}$

в) (?) }; {1010ххее□

г) (?) ;1} {10хе□

Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $0=136''$  ууу□□□□□

.

а) (!) }2sin;2cos{33хехехх□□□

б) (?) }2cos;2sin{хх

в) (?) }; {23ххее□

г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных

Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $0=5212''$  ууу□□□□□

.

а) (!) }4sin;4cos{66хехехх□□□

б) (?) }4cos;4sin{хх

в) (?) }; {46ххее□

г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных.

Укажите фундаментальную систему решений уравнения  $0=11718''$  ууу□□□□□

а) (!) }6sin;6cos{99хехехх□□□

б) (?) }6cos;6sin{хх

в) (?) }; {69ххее□

г) (?) другая пара функций, отличная от вышеуказанных

#### 4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«зачтено» (50 - 100 баллов)	ОПК-3	Способен обрабатывать экспериментальные данные с использованием математических моделей
«не зачтено» (0 - 49 баллов)	ОПК-3	Не способен обрабатывать экспериментальные данные с использованием математических моделей

### 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

#### 5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

#### 5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;

- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

### 5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

### 5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;



- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности. соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы:
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1 Основная литература:**

1. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие. - 3-е изд., стер.. - Москва: Наука, 1970. - 96 с.
2. Дифференциальные уравнения : учебник. - 4-е изд.. - Москва: Физматлит, 2002. - 252 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012>

### **6.2 Дополнительная литература:**

1. Бендерский, Б. Я., Липанов, А. М. Ученые улыбаются, грустят, шутят, рассказывают. - 2022-10-01; Ученые улыбаются, грустят, шутят, рассказывают. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2012. - 344 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/28920.html>
2. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : Учеб. пособие для вузов. - 2-е изд.. - М., СПб.: Лаборатория Базовых Знаний, Невский Диалект, 2001. - 344 с.
3. Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - 2023-02-12; Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. - 396 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/92055.html>
4. Петровский А. Б., [Ин-т систем. анализа РАН] Гранты в науке: накопленный потенциал и перспективы развития. - М.: [ПолиПринтСервис], 2014. - 438, [5] с.
5. Авцинова Г.И., Краснов Б.И. Политология : (Учебно-метод. материалы для аспирантов и соискателей). - М.: Союз, 1998. - 76 с.

### **6.3 Иные источники:**

1. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru/>
2. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов» - <http://school-collection.edu.ru/>
3. Портал "Гуманитарное образование" - <http://www.humanities.edu.ru/>
4. Вопросы образования - <http://www.ecsocman.edu.ru/vo>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

Операционная система "Альт Образование"

LibreOffice

Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Электронный каталог Фундаментальной библиотеки ТГУ. – URL: <http://biblio.tsutmb.ru/elektronnyij-katalog>
2. Университетская библиотека онлайн: электронно-библиотечная система. – URL: <https://biblioclub.ru>
3. Консультант студента. Гуманитарные науки: электронно-библиотечная система. – URL: <https://www.studentlibrary.ru>
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
5. Российская государственная библиотека. – URL: <https://www.rsl.ru>
6. Российская национальная библиотека. – URL: <http://nlr.ru>
7. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prlib.ru>
8. Научная электронная библиотека Российской академии естествознания. – URL: <https://www.monographies.ru>
9. Электронная библиотека РФФИ. – URL: <https://www.rfbr.ru/rffi/ru/library>

### **Электронная информационно-образовательная среда**

[https://auth.tsutmb.ru/authorize?response\\_type=code&client\\_id=moodle&state=xyz](https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz)

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.